ELECTROMAGNETISME

OBJECTIFS

L'électromagnétisme correspond à l'étude de l'ensemble des phénomènes liés aux interactions entre particules chargées.

- Une distribution de charges <u>variable dans le temps</u> crée un champ électromagnétique ($\vec{E}(t),\vec{B}(t)$) variable dans le temps (programme de 2ème année).

- Dans le cas d'un **régime permanent**, **la distribution de charges est invariable dans le temps** ce qui permet d'étudier séparément les champs électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{B}$. On distingue alors deux branches de l'électromagnétisme :

- **Electrostatique** : étude de distributions de charges <u>fixes</u> créant un champ électrique $\vec{E}$.

- **Magnétostatique** : étude de distributions de courants (charges en mouvement) <u>permanents</u> créant un champ magnétique $\vec{B}$.

HISTORIQUE

<u>Antiquité</u> : Observation des premiers phénomènes :
- électrique : un morceau d'ambre préalablement frotté attire des objets légers.
- magnétique : les « pierres de Magnésie » attirent la limaille de fer.

<u>XVIè siècle</u> : *GILBERT* (anglais) distingue clairement l'électricité du magnétisme, élabore les concepts de *conducteur* et d'*isolant* électrique, et étudie le champ magnétique terrestre.

<u>XVIIIè siècle</u> : Etude des interactions entre particules fixes : *électrostatique.*
1785 : les expériences de *COULOMB* (français) le conduisent à énoncer la loi d'interaction en $1/r^2$ qui porte son nom.

<u>XIXè siècle</u> : 1800 : invention de la pile de *VOLTA* (italien)
1820 : les expériences d'*OERSTED* (danois) montrent que les *courants sont source de champ magnétique.*
1831 : découverte du phénomène d'*induction électromagnétique* par *FARADAY* (anglais).
1864 : *MAXWELL* propose une théorie unifiée dans laquelle l'électricité et le magnétisme apparaissent comme deux manifestations particulières d'une réalité plus générale. Cette *théorie électromagnétique* propose une explication des phénomènes d'optique en interprétant la lumière comme une onde électromagnétique.

<u>XXè siècle</u> : *FEYNMAN, SCHWINGER* (américains), *TOMONAGA* (japonais) élaborent à partir de 1945 *l'électrodynamique quantique*, théorie qui ne remet pas en cause l'électromagnétisme de Maxwell.

CHAMP ELECTROSTATIQUE

I. La charge électrique

Le phénomène d'électrisation par frottement est connu depuis l'antiquité : certains corps attirent d'autres corps après avoir été frottés. Ce frottement produit un déséquilibre de charge au niveau des atomes neutres entre le noyau fixe (chargé positivement) et les électrons mobiles (chargés négativement) :

- Charge globale positive : électrons arrachés par le frottement (Exemple : tige de verre frottée avec de la laine).
- Charge globale négative : électrons captés par le frottement (Exemple : tige d'ébonite frottée avec de la laine).

La charge électrique, notée q, est une **grandeur quantifiée** : les charges observées sont toujours des multiples entiers de la charge élémentaire $e = 1{,}6 \times 10^{-19} C$: $\boxed{q = ne}$ avec n, entier relatif.

Exemple : la charge d'un électron vaut $q = -e$. Le cation Fe^{2+} peut être assimilé localement à une charge $q = +2e$.

La charge électrique est une grandeur **extensive**, **conservative** et **invariante par changement de référentiel**.

II. Loi de Coulomb

(Rappel des chapitres 2 et 7 de mécanique)

1) Enoncé de la loi de Coulomb

Coulomb (1780) énonce une loi phénoménologique d'interaction entre deux charges ponctuelles par analogie avec la loi d'interaction gravitationnelle de Newton (1666).

Interaction attractive ou répulsive entre deux charges ponctuelles M(q) et $O(q_0)$.

$$\boxed{\vec{f}_{O\to M} = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\overrightarrow{OM}}{OM^3} = (= -\vec{f}_{M\to O})}$$

ε_0 : permittivité du vide $\varepsilon_0 \approx \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9} F.m^{-1}$

---

2) Analogie avec la force gravitationnelle

Interaction attractive entre les points matériels M(m) et $O(m_0)$.

$$\boxed{\vec{f}_{O\to M} = -Gmm_0\frac{\overrightarrow{OM}}{OM^3} (= -\vec{f}_{M\to O})}$$

G : constante universelle de gravitation $G \approx 6{,}672 \times 10^{-11} N.m^2kg^{-2}$

Interaction électrostatique	Interaction gravitationnelle

III. Champ électrostatique

1) Définition et propriétés

Soit Σ un objet électrisé et M un point fixe de l'espace. On place en M différents corps ponctuels C_i portant des charges q_i et on mesure la force électrostatique $\vec{F_i}$ exercée par Σ sur C_i. On constate que le rapport $\dfrac{\vec{F_i}}{q_i}$ est indépendant de C_i. Ce rapport caractérise <u>une propriété vectorielle de l'espace</u> due à la présence de l'objet chargé Σ : on l'appelle **champ électrostatique** créé par Σ en M, noté $\vec{E}(M)$.

Ainsi une charge q placée en M subit la force électrostatique : $\boxed{\vec{F} = q\vec{E}}$

Un champ sera dit :
- **Uniforme** si sa valeur est la même, à un instant donné, en tout point de l'espace.
- **Permanent** (ou stationnaire) si sa valeur est la même, en un point donné de l'espace, à tout instant.

---

2) Lignes de champ

Une courbe tangente au champ $\vec{E}(M)$ en chacun de ses points M est appelée **ligne de champ électrostatique.** Cette courbe est orientée par le sens du champ.

<u>Remarque</u> : On détermine son équation en écrivant que $\vec{E} \wedge \vec{dl} = \vec{0}$ *où* $\vec{dl}$ *représente un déplacement élémentaire sur la ligne de champ. En coordonnées cartésiennes on obtient la relation* $\dfrac{dx}{E_x} = \dfrac{dy}{E_y} = \dfrac{dz}{E_z}$ *qui par intégration mène à l'équation des lignes de champs. Dans le cadre du programme, nous ne ferons qu'analyser des cartes de champ.*

<u>Deux lignes de champ **ne peuvent se couper** en un point M que si</u> :
- **Le champ est nul en M** : $\vec{E}(M) = \vec{0}$.
- **Une charge est placée en M.**

<u>Remarque</u> : Un tube de champ est l'ensemble des lignes de champ s'appuyant sur un contour fermé.

---

3) Champ créé par une charge ponctuelle

Soit une charge ponctuelle q_0 placée en un point O de l'espace. La force exercée par cette charge sur la charge ponctuelle q située au point M s'écrit (loi de Coulomb) :

4) Champ créé par une distribution discontinue de charges

a) Principe de superposition

Soit un ensemble de charges ponctuelles q_i placées aux points P_i. La force résultante $\vec{F}$ exercée par l'ensemble de ces charges q_i sur la charge q située au point M est égale à la somme vectorielle des forces $\vec{f_i}$ exercées par chaque charge q_i supposée seule : $\boxed{\vec{F} = \sum_i \vec{f_i} = \sum_i \frac{qq_i}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\overrightarrow{P_iM}}{P_iM^3}}$

Nous admettrons cette propriété comme un principe.

b) Expression du champ

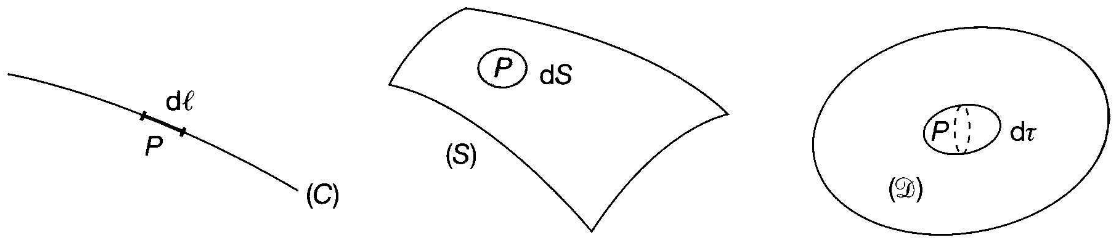
Ce principe de superposition s'applique également au champ électrostatique : le champ électrostatique créé par une distribution discontinue de charges ponctuelles est égal à la somme des champs électrostatiques créés par chacune des charges considérée seule : $\boxed{\vec{E} = \sum_i \vec{E_i} = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\overrightarrow{P_iM}}{P_iM^3}}$

5) Champ crée par une distribution continue de charges

Les définitions précédentes du champ électrostatique ne concernent que les distributions discrètes (ou discontinues) de charges. On peut généraliser ces résultats aux distributions continues (volumique, surfacique ou linéique).

a) Densité locale de charges

Quand on étudie un corps électrisé en volume, surface ou longueur, il faut le découper en éléments de volume, surface ou longueur assimilables à des charges ponctuelles dq. On choisit alors une échelle mésoscopique où, autour d'un point P, la densité locale moyenne de charges est parfaitement définie :



Ligne de charges	Surface chargée	Distribution volumique de charges
$dq = \lambda\, d\ell$	$dq = \sigma\, dS$	$dq = \rho\, d\tau$
$q = \int_{(C)} dq = \int_{(C)} \lambda\, d\ell$	$q = \iint_{(S)} dq = \iint_{(S)} \sigma\, dS$	$q = \iiint_{(\mathcal{D})} dq = \iiint_{(\mathcal{D})} \rho\, d\tau$

Distribution volumique :	$\rho_{(P)} = \dfrac{dq}{d\tau}$	*densité volumique ($C \cdot m^{-3}$).*
Distribution surfacique :	$\sigma_{(P)} = \dfrac{dq}{dS}$	*densité surfacique ($C \cdot m^{-2}$).*
Distribution linéique :	$\lambda_{(P)} = \dfrac{dq}{d\ell}$	*densité linéique ($C \cdot m^{-1}$).*

Lorsque la distribution est homogène, la densité locale de charges devient uniforme (indépendante du point P).

Remarques :
La distribution volumique de charges correspond à la réalité physique des matériaux quelconques. Le champ électrostatique est défini et continu en tout point de l'espace.
Par contre les distributions surfacique et linéique sont des modélisations.

- La distribution surfacique correspond à la modélisation de la distribution de charges des milieux conducteurs. En effet, l'expérience montre que la charge est nulle à l'intérieur du conducteur et se répartit uniquement en surface sur une petite épaisseur a que l'on peut négliger en première approximation grâce à la correspondance : $dq = \rho(P)d\tau = \rho(P)adS = \sigma(P)dS$ avec $\sigma(P) = \lim_{a \to 0} (\rho(P)a)$.
- La distribution linéique est adaptée à la description d'un conducteur filiforme dont la section a de petites dimensions par rapport à sa longueur.

L'inconvénient de ces modélisations est d'introduire des discontinuités du champ électrostatique au niveau des distributions de charges.

b) Expressions du champ

Comme dans le cas d'une distribution discontinue de charges, on applique le principe de superposition à une distribution continue de charges.

Une charge q', placée au point M, ressent une force élémentaire $\overrightarrow{df}$ exercée par la charge ponctuelle dq située au point P : $\overrightarrow{df} = q'\overrightarrow{dE}$ avec $\boxed{\overrightarrow{dE} = \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}}$ le champ élémentaire créé au point M par la charge dq.

En posant $\overrightarrow{PM} = r\vec{u}_{P\to M}$ il vient $\overrightarrow{dE} = \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u}_{P\to M}$.

Le champ résultant est la somme vectorielle de tous ces champs élémentaires sur la distribution de charges :

Distribution volumique :	$\vec{E}_{(M)} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \iiint_{(\mathcal{D})} \dfrac{\rho(P)\, d\tau}{r^2} \vec{u}_{P\to M}$
Distribution surfacique :	$\vec{E}_{(M)} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \iint_{(S)} \dfrac{\sigma(P)\, dS}{r^2} \vec{u}_{P\to M}$
Distribution linéique :	$\vec{E}_{(M)} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_{(C)} \dfrac{\lambda(P)\, d\ell}{r^2} \vec{u}_{P\to M}$

6) Propriétés de symétrie du champ $\vec{E}$

Principe de Curie : **l'effet a au moins la symétrie de la cause**.

L'analyse des symétries d'une distribution de charges (cause) va nous permettre d'en déduire les propriétés de symétrie du champ créé par cette distribution (effet) et donc **d'en simplifier le calcul**.

a) Invariances d'une distribution

- **Invariance par translation**

Soit une distribution de charges invariante par translation le long de l'axe (Oz) : quelque soit z, $\rho(x,y,z)=\rho(x,y)$. Par application du principe de Curie, le champ créé par cette distribution est alors indépendant de z : $E(x,y,z)=E(x,y)$.

- **Invariance par rotation**

On se place en coordonnées cylindriques (r,θ,z).
Soit une distribution de charges invariante par rotation autour de l'axe (Oz) : quelque soit θ, $\rho(r,\theta,z)=\rho(r,z)$. Par application du principe de Curie, le champ créé par cette distribution est alors indépendant de θ : $E(r,\theta,z)=E(r,z)$.

b) Propriétés de symétrie du champ $\vec{E}$

Soit P un point de la distribution de charges et P' son symétrique par rapport à un plan π : $P' = sym_{\pi}(P)$.
Soit M un point de l'espace et M' son symétrique par rapport au plan π : $M' = sym_{\pi}(M)$.

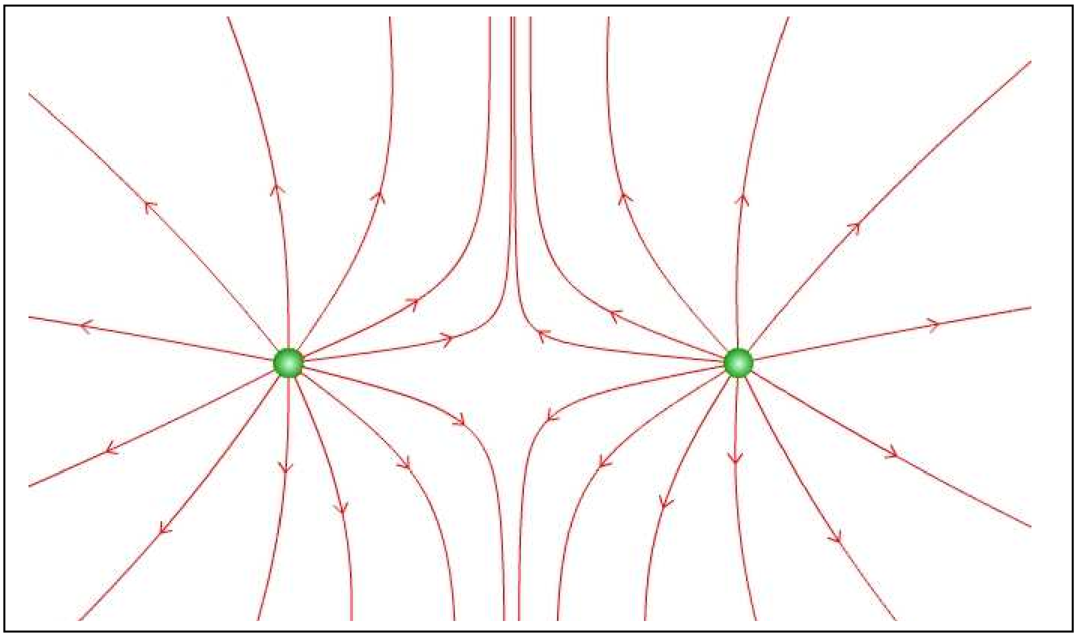
- **Plan de symétrie**

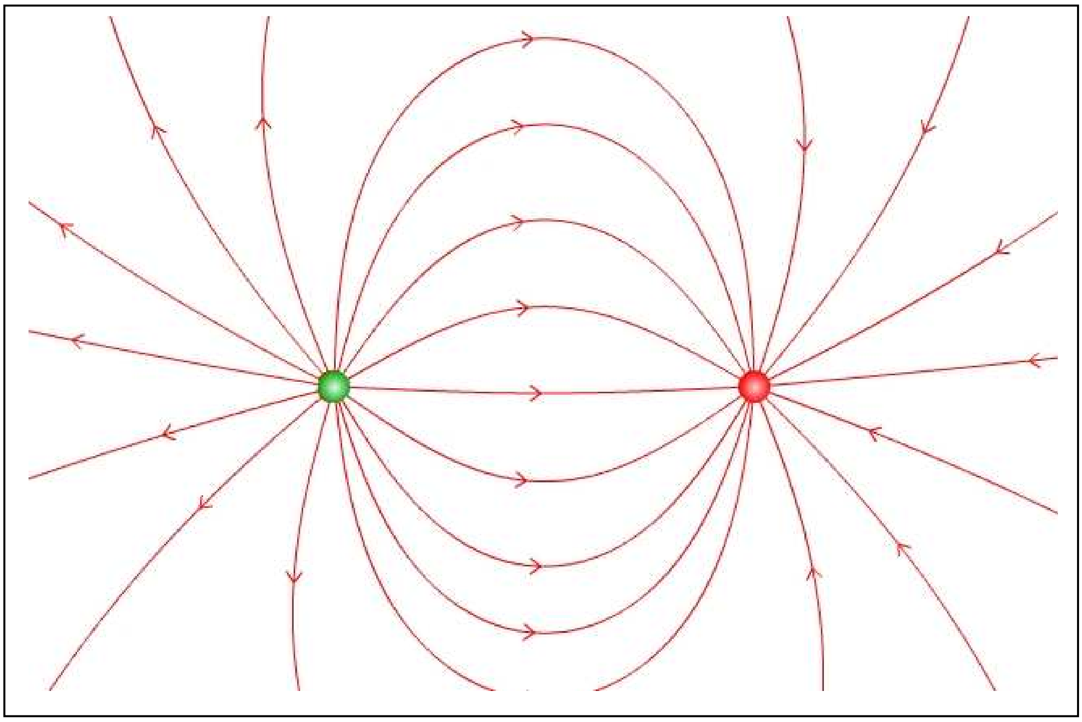
Le plan π est un plan de symétrie de la distribution de charges, noté π_S , si : $\boxed{\rho(P')=\rho(P)}$.
Le champ électrostatique créé par la distribution de charges est alors symétrique par rapport au plan de symétrie π_S : $\boxed{\vec{E}(M')=sym_{\pi_S}\left[\vec{E}(M)\right]}$. Si M appartient à π_S alors $\vec{E}(M)$ est contenu dans π_S .
Conclusion : **Le champ électrostatique créé en un point d'un plan de symétrie appartient à ce plan.**

- **Plan d'antisymétrie**

Le plan π est un plan d'antisymétrie de la distribution de charges, noté π_{AS} , si : $\boxed{\rho(P')=-\rho(P)}$.
Le champ électrostatique créé par la distribution de charges est alors antisymétrique par rapport au plan d'antisymétrie π_{AS} : $\boxed{\vec{E}(M')=-sym_{\pi_{AS}}\left[\vec{E}(M)\right]}$. Si M appartient à π_{AS} alors $\vec{E}(M)$ est orthogonal à π_{AS} .
Conclusion : **Le champ électrostatique créé en un point d'un plan d'antisymétrie est perpendiculaire à ce plan.**

7) Topographie du champ $\vec{E}$





---

8) Exemples fondamentaux

a) Champ dans le plan médiateur d'un segment uniformément chargé (cf. TD)

b) Champ sur l'axe d'un disque uniformément chargé (cf. TD)